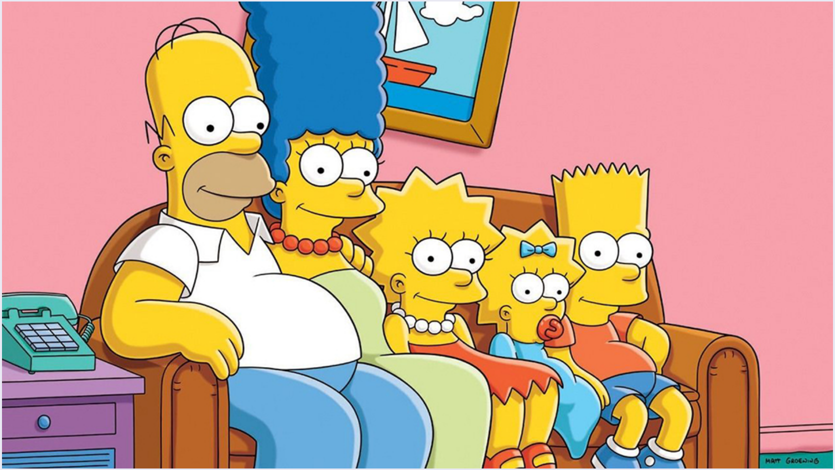
La Matematica nei Simpson

Francesco Oliveri

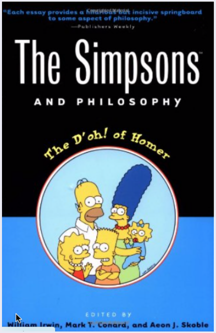
Dipartimento MIFT, Università di Messina

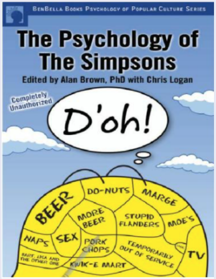
The SIMPSONS

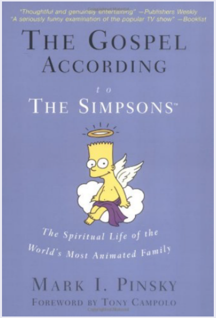
THE SIMPSONS è una sitcom animata americana, creata da MATT GROENING nel 1987 per la Fox.
È ormai giunta alla trentesima stagione (l’ultima è ancora inedita).

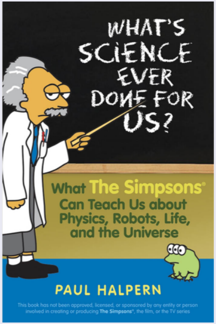


Libri sui Simpson

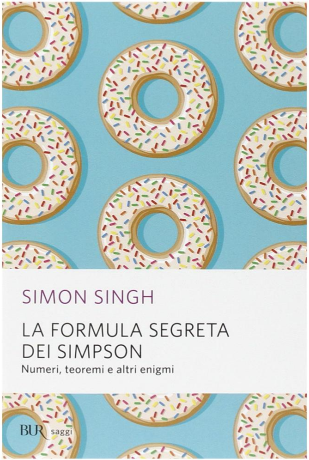








Libri sui Simpson (in italiano)

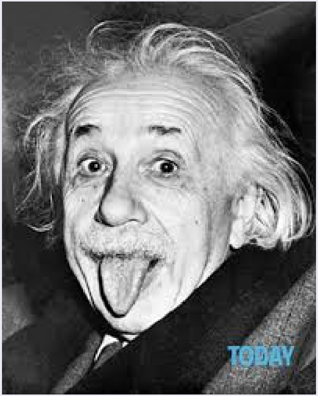


Bart il genio (II episodio della I stagione)

Einstein

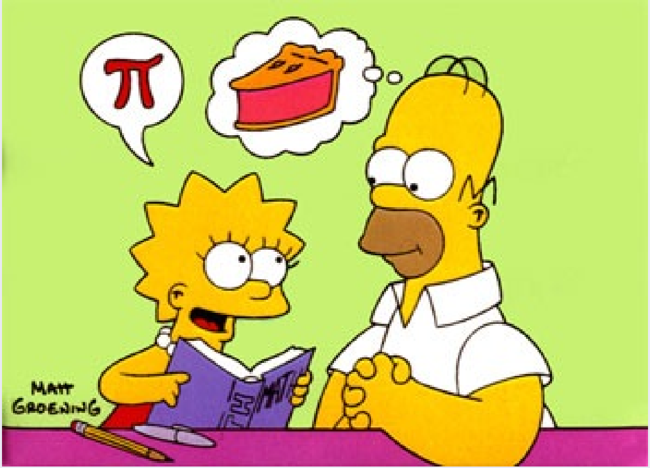
La torre che compone Maggie con i cubi (EMCSQU) è un omaggio alla celebre formula di Albert Einstein,

$$E = mc^2.$$



Pi Greco

π (iniziale di περιφέρεια, circonferenza), il rapporto tra la lunghezza della circonferenza e il suo diametro, che in inglese si pronuncia come pie, torta.

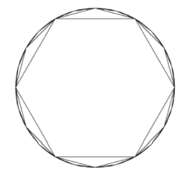


Archimede e il metodo di esaustione

Archimede fece uso del concetto di limite matematico. Esiste un frammento di un suo libro con una dimostrazione rigorosa di

$$3+\frac{10}{71}<\pi<3+\frac{1}{7}, \qquad 3.140845<\pi<3.142857,$$

approssimando il cerchio con poligoni, iniziando dall'esagono e raddoppiando quattro volte il numero dei lati arrivando a 96 lati.



La formula di Archimede in linguaggio moderno:

$$3\cdot 2^n \sin\left(\frac{\pi}{3\cdot 2^n}\right)<\pi<3\cdot 2^n \tan\left(\frac{\pi}{3\cdot 2^n}\right).$$

Il Metodo di Archimede

Le cifre di π

Il metodo con poligoni inscritti e circoscritti raggiunse lo zenit nel XVII secolo grazie a Ludolph van Ceulen, che utilizzò poligoni con quattro miliardi di miliardi di lati per misurare il valore di π fino alla trentacinquesima cifra decimale. Dopo la morte di van Ceulen, avvenuta nel 1610, il risultato di quel calcolo fu inciso sulla sua lapide:

$$3.14159265358979323846264338327950288 < \pi < 3.14159265358979323846264338327950289.$$

Quante cifre di π servono?

Nel 1630, l’astronomo austriaco Christoph Grienberger ricorse al metodo poligonale per misurare il valore di π fino alla trentottesima cifra decimale. Dal punto di vista scientifico, identificare altre cifre non aveva letteralmente alcun senso pratico.
Se gli astronomi del Seicento avessero determinato l’esatto diametro dell’universo conosciuto, allora conoscere il valore di π fino alla trentottesima cifra decimale avrebbe permesso loro di calcolare la circonferenza dell’universo con un errore inferiore alla grandezza di un atomo di idrogeno.

La migliore Matematica spesso nasce da esigenze non utilitaristiche e poi si dimostra utile!

> *The mathematician plays a game in which he himself invents the rules while the physicist plays a game in which the rules are provided by Nature, but as time goes on it becomes increasingly evident that the rules which the mathematician finds interesting are the same as those which Nature has chosen.*
>
> *— Paul Adrien Maurice Dirac*

Serie infinite

Nel XVIII secolo si cambiò metodo e si ricorse alle serie infinite (Eulero docet):

$$\frac{\pi^2}{6} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots$$

$$\frac{\pi^4}{90} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = 1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} + \dots$$

La seconda serie approssima π dal basso. Quindi, più termini si aggiungono, migliore sarà l'approssimazione. Ad es.:

$$\frac{\pi^4}{90} \approx \sum_{k=1}^{5} \frac{1}{k^4} \quad \Rightarrow \quad \pi = 3.14016,$$

$$\frac{\pi^4}{90} \approx \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{k^4} \quad \Rightarrow \quad \pi = 3.14138462246697100954600167895583170246597180195 08,$$

$$\frac{\pi^4}{90} \approx \sum_{k=1}^{50} \frac{1}{k^4} \quad \Rightarrow \quad \pi = 3.14159077577492349432355331550345959660936839961 43,$$

$$\frac{\pi^4}{90} \approx \sum_{k=1}^{100} \frac{1}{k^4} \quad \Rightarrow \quad \pi = 3.14159241530736806190564385487259693592260803398 13.$$

Formula di Machin

$$\frac{\pi}{4} = 4 \arctan\left(\frac{1}{5}\right) - \arctan\left(\frac{1}{239}\right).$$

John Machin con questa formula, sviluppando la funzione arctan in serie di Taylor, calcolò 100 cifre decimali di π.

William Shanks

Un matematico dilettante inglese (William Shanks) nel 1874 disse di avere calcolato 707 cifre decimali. In suo onore, la sala pi greco del Palais de la Découverte a Parigi fu decorata con un’iscrizione che riportava le 707 cifre. Purtroppo, negli anni Quaranta del Novecento si scoprì che Shanks aveva compiuto un errore nel calcolo della 527-esima cifra decimale, un errore che si riverberava su tutte le cifre seguenti. Così il Palais de la Découverte dovette chiamare di nuovo i decoratori per correggere l’errore.

Record e Calcolatori

Con l’avvento dei calcolatori, i record di cifre decimali furono rapidamente innalzati.

- 1961: il Centro elaborazione dati dell’IBM a New York calcolò π fino a 100265 cifre decimali.
- 1981: il matematico giapponese Yasumasa Kanada calcolò due milioni di cifre decimali di π.
- 1989: i fratelli Gregory e David Chudnovsky con un supercomputer fai da te a casa loro a Manhattan ottennero un miliardo di cifre decimali.
- 1987: Ancora Kanada raggiunse cinquanta miliardi di decimali, e poi mille miliardi nel 2002.
- 2010, 2011: Shigeru Kondo e Alexander Yee hanno ottenuto cinquemila miliardi di decimali e poi diecimila miliardi di cifre decimali.

Filastrochhe per ricordare le cifre di π

May I have a large container of coffee? (7 cifre)
How I need a drink, alcoholic of course, after all those lectures involving quantum mechanics. (17 cifre)

Pi greco (π) con 3000 cifre decimali (circa 2 millisecondi su un PC)

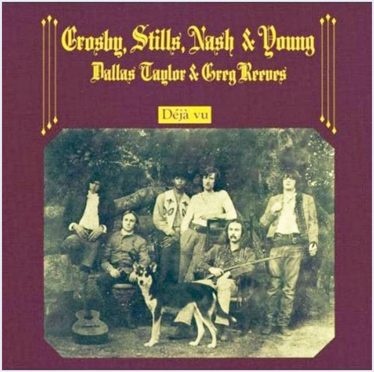
```
In[6]:= N[Pi, 3000]

Out[6]= 3.14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781640628620899862803482534211706798214808651328230664
709384460955058223172535940812848111745028410270193852110555964462294895493038196442881097566593344612847564823378678316
527120190914564856692346034861045432664821339360726024914127372458700660631558817488152092096282925409171536436789259036
001133053054882046652138414695194151160943305727036575959195309218611738193261179310511854807446237996274956735188575272
489122793818301194912983367336244065664308602139494639522473719070217986094370277053921717629317675238467481846766940513
200056812714526356082778577134275778960917363717872146844090122495343014654958537105079227968925892354201995611212902196
086403441815981362977477130996051870721134999999837297804995105973173281609631859502445945534690830264252230825334468503
526193118817101000313783875288658753320838142061717766914730359825349042875546873115956286388235378759375195778185778053
217122680661300192787661119590921642019893809525720106548586327886593615338182796823030195203530185296899577362259941389
124972177528347913151557485724245415069595082953311686172785588907509838175463746493931925506040092770167113900984882401
285836160356370766010471018194295559619894676783744944825537977472684710404753464620804668425906949129331367702898915210
475216205696602405803815019351125338243003558764024749647326391419927260426992279678235478163600934172164121992458631503
028618297455570674983850549458858692699569092721079750930295532116534498720275596023648066549911988183479775356636980742
654252786255181841757467289097777279380008164706001614524919217321721477235014144197356854816136115735255213347574184946
843852332390739414333454776241686251898356948556209921922218427255025425688767179049460165346680498862723279178608578438
382796797668145410095388378636095068006422512520511739298489608412848862694560424196528502221066118630674427862203919494
504712371378696095636437191728746776465757396241389086583264599581339047802759009946576407895126946839835259570982582262
052248940772671947826848260147699090264013639443745530506820349625245174939965143142980919065925093722169646151570985838
741059788595977297549893016175392846813826868386894277415599185592524595395943104997252468084598727364469584865383673622
262609912460805124388439045124413654976278079771569143599770012961608944169486855584840635342207222582848864815845602850
601684273945226746767889525213852254995466672782398645659611635488623057745649803559363456817432411251507606947945109659
609402522887971089314566913686722874894056010150330861792868092087476091782493858900971490967598526136554978189312978482
168299894872265880485756401427047755513237964145152374623436454285844479526586782105114135473573952311342716610213596953
623144295248493718711014576540359027993440374200731057853906219838744780847848968332144571386875194350643021845319104848
100537061468067491927819119793995206141966342875444064374512371819217999839101591956181467514269123974894090718649423196
```

Marge in catene

Crosby, Stills, Nash & Young

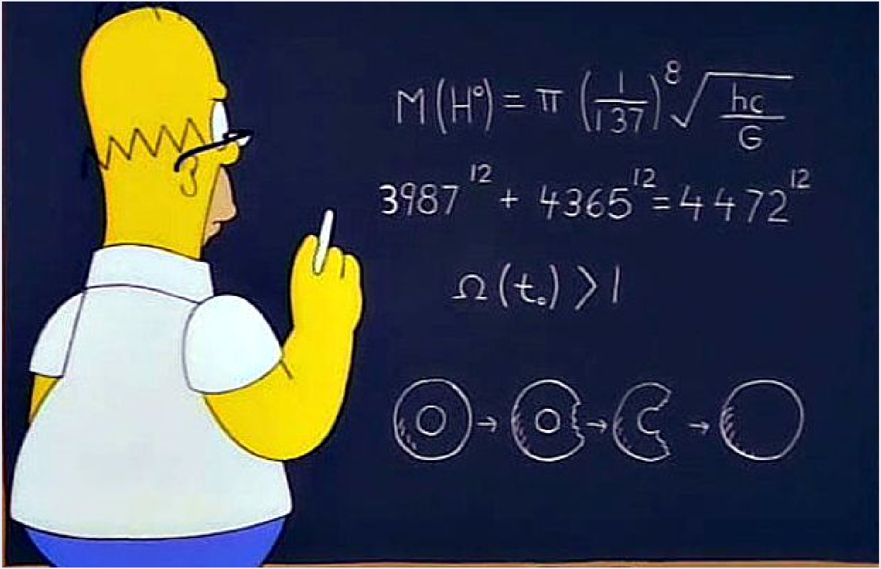
Gruppo musicale folk rock americano (David Crosby, Stephen Stills, Graham Nash, Neil Young) degli anni ’70 (del secolo scorso).

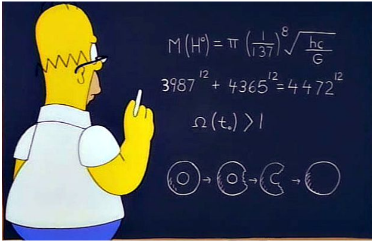


L’inventore di Springfield

L’inventore di Springfield

Concentrato di Matematica.





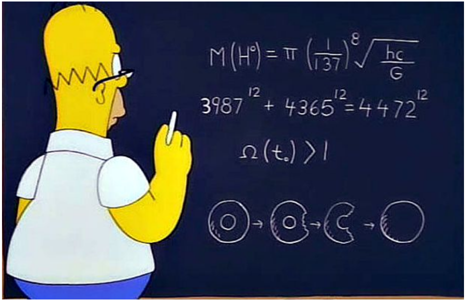
Topologia

La topologia è quella parte della geometria che studia le proprietà delle figure e delle forme che non cambiano quando viene effettuata una deformazione senza “strappi”, o “incollature”.

Sappiamo che non si può quadrare il cerchio (con riga e compasso) perché π è un numero irrazionale. Ma dal punto di vista della topologia, un quadrato e un cerchio (come un cubo e una sfera) sono topologicamente equivalenti. Al contrario, una ciambella (che ha la forma di quello che geometricamente si chiama un toro) non è topologicamente equivalente ad una sfera.

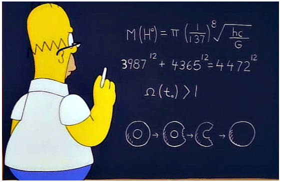
Topologia

Un topologo non distingue una ciambella da una tazzina da caffè!



Topologia di Homer

Nella sua topologia Homer Simpson introduce una nuova operazione topologica che rende equivalenti una ciambella ad una sfera.
Trattandosi di ciambelle (e di Homer), l’operazione da fare sulla ciambella è quella di mordicchiarla eliminando il buco.



L’Ultimo Teorema di Fermat

La relazione

$$3987^{12} + 4365^{12} = 4472^{12}$$

richiama l’Ultimo Teorema di Fermat.
Essa è solo approssimativamente vera, e fornisce una pseudo soluzione.
Usando una calcolatrice risulta

$$\sqrt[12]{3987^{12} + 4365^{12}} = 4472,$$

(e ciò è dovuto alla ridotta precisione della calcolatrice, che però è sufficiente nella vita quotidiana), mentre è

$$3987^{12} + 4365^{12} - 4472^{12} = 121188680937387263098591211286290 \approx 1.2 \cdot 10^{33}.$$

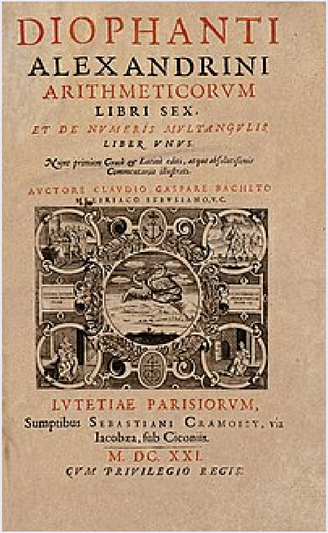
L’Ultimo Teorema di Fermat

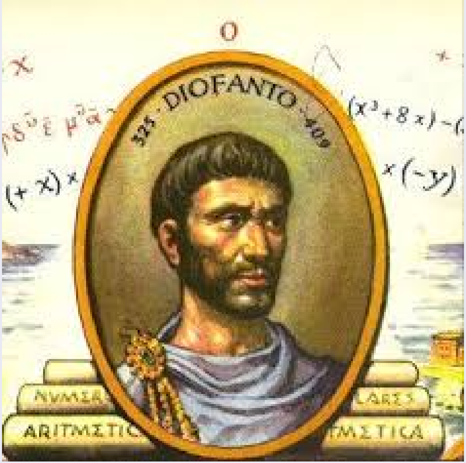
(1601–1665)

“Cubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos et generaliter nullam in infinitum ultra quadratum potestatem in duos eiusdem nominis fas est dividere cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.”

“È impossibile separare un cubo in due cubi, o una potenza quarta in due potenze quarte, o in generale, tutte le potenze maggiori di 2 come somma di due stesse potenze. Dispongo di una meravigliosa dimostrazione di questo teorema, che non può essere contenuta nel margine troppo stretto della pagina.”

L’Aritmetica di Diofanto


DIOPHANTI
ALEXANDRINI
ARITHMETICORVM
LIBRI SEX.
ET DE NVMERIS MVLTANGVLIS
LIBER VNVS.
AVCTORE CLAVDIO GASPARE BACHETO
LVTETIAE PARISIORVM,
Sumptibus SEBASTIANI CRAMOISY, via
Iacobæa, sub Ciconiis.
M. DC. XXI.
CVM PRIVILEGIO REGIS.



Problema di Diofanto

Di Diofanto (matematico alessandrino vissuto tra il III e il IV secolo d.C.) si sa poco; curioso è un famoso problema, che sembra sia stato scritto sulla sua tomba sotto forma di epitaffio:

«Οὑτός τοι Διόφαντον ἔχει τάφος· ἆ μέγα θαῦμα!
καὶ τάφος ἐκ τέχνης μέτρα βίοιο λέγει.
῞Εκτην κουρίζειν βιότου θεὸς ὤπασε μοίρην,
δωδεκάτην δ' ἐπιθείς μῆλα πόρεν χνοάειν·
τῇ δ' ἄρ' ἑβδομάτῃ τὸ γαμήλιον ἥψατο φέγγος,
ἐκ δὲ γάμων πέμπτῳ παῖδ' ἐπένευσεν ἔτει.
Αἰαῖ, τηλύγετον δειλὸν τέκος, ἥμισυ πατρός
σοῦ γ' ἑκάης δυεροῦ μέτρον ἑλὸν βιότου.
Πένθος δ' αὖ πισύρεσσι παρηγορέων ἐνιαυτοῖς
τῇδε πόσου σοφίῃ τέρμ' ἐπέρησε βίου.»

«'Questa tomba rinchiude Diofanto e, meraviglia!
dice matematicamente quanto ha vissuto.
Un sesto della sua vita fu l'infanzia,
aggiunse un dodicesimo perché le sue guance si coprissero
della peluria dell'adolescenza.
Dopo un altro settimo della sua vita prese moglie,
e dopo cinque anni di matrimonio ebbe un figlio.
L'infelice (figlio) morì improvvisamente
quando raggiunse la metà dell'età che il padre ha vissuto.
Il genitore sopravvissuto fu in lutto per quattro anni
e raggiunse infine il termine della propria vita.»

Si risolve (quasi) immediatamente traducendolo in un’equazione:

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x,$$

da cui si ricava $x = 84$, gli anni che visse Diofanto.

L’ultimo Teorema di Fermat

L’equazione

$$x^n + y^n = z^n$$

non ha soluzioni non banali in cui x, y e z sono numeri interi per tutti i numeri naturali $n > 2$. Le soluzioni banali sono quelle in cui $x = 0$, $y = z$, oppure $y = 0$, $x = z$.

Un problema che ha resistito 350 anni

Fermat, il principe dei dilettanti, non lasciò alcuna dimostrazione dell’Ultimo Teorema, e anche di molti altri suoi risultati.
Poiché la quasi totalità dei suoi risultati si è dimostrata vera, all’Ultimo Teorema di Fermat fu data dignità di teorema e non di semplice congettura (come sarebbe stato più corretto) prima della definitiva dimostrazione.
Si chiama Ultimo Teorema di Fermat non perché fu l’ultimo enunciato da Fermat ma perché fu l’ultimo rimasto in attesa di dimostrazione, e su cui si sono cimentati i più grandi matematici.

L'ultimo Teorema di Fermat

Il caso $n = 4$ praticamente è stato dimostrato da Fermat con una tecnica per assurdo nota come metodo della discesa infinita. Fermat assumeva cioè che l'equazione $x^4 + y^4 = z^4$ avesse una soluzione non banale in numeri interi positivi e dimostrava che necessariamente doveva esistere un'altra soluzione $x'^4 + y'^4 = z'^4$, con x', y', z' minori di x, y, z. Reiterando il ragionamento si arrivava ad una soluzione con numeri pi piccoli, e cos via all'infinito. Ma questa discesa all'infinito non è possibile e quindi è falsa l'assunzione iniziale.

Eulero in una lettera a Christian Goldbach (quello della omonima congettura, innocente e non provata, secondo la quale ogni numero pari può essere decomposto come somma di due numeri primi) del 4 Agosto 1753 rivendicava una dimostrazione dell'UTF per $n = 3$.

Dopo un secolo dalla morte di Fermat solo due degli infiniti esponenti erano risolti.

L’ultimo Teorema di Fermat

Un passo sostanziale in avanti fu fatto da SOPHIE GERMAIN a partire dal 1815 con la dimostrazione che, se n e $2n+1$ sono numeri primi, molto probabilmente l’equazione

$$x^n + y^n = z^n$$

non ha soluzioni intere.

1. Nel 1825 Gustav Lejeune Dirichlet e Adrien-Marie Legendre dimostrarono l’UTF per $n = 5$.
2. Nel 1840 Gabriel Lamé dimostrò l’UTF per $n = 7$.
3. Legendre generalizzò il risultato di Sophie Germain dimostrando la validità dell’UTF per i numeri primi dispari p tali che $kp + 1$ (con $k = 4, 8, 10, 14, 16$) è primo.
4. Ernst Eduard Kummer nel 1843 dimostrò l’UTF per una classe numerosa di primi detti regolari.
5. ...
6. Nel 1991 Greg Fee e Andrew Granville estesero il risultato di Legendre per i valori di k inferiori a 100 e non multipli di 3.

Sophie Germain e Carl Friedrich Gauss

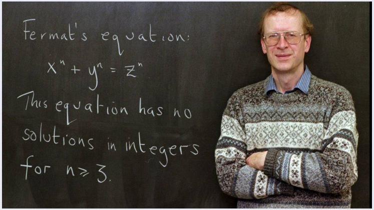
Sophie Germain
(1776–1831)

Carl Friedrich Gauss
(1777–1855)

Sophie Germain per studiare all'École Polytechnique si finse maschio e rubò l'identità di Antoine–August Le Blanc. La sua identità fu scoperta da Joseph Louis Lagrange e da Gauss, della cui salvaguardia Sophie Germain si interessò nella guerra Franco–Prussiana del 1806.

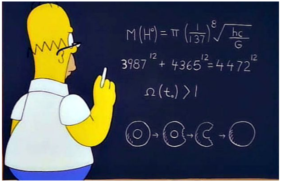
L’ultimo Teorema di Fermat: la parola fine

Dal 1985 al 1992 ANDREW WILES, quasi in solitaria, si dedicò a trovare la dimostrazione che chiudesse il problema. Nel 1993 annunciò tre seminari in cui voleva presentare i suoi risultati. Solo nel 1995 pubblicò due lunghi articoli che chiudevano la questione.
Wiles utilizzò tuttavia elementi di matematica e algebra moderna che Fermat non poteva conoscere: la dimostrazione che Fermat affermava di avere, se fosse stata corretta, era pertanto diversa.
Per questo risultato prese diversi premi, tra cui nel 2016 il Premio Abel, ma non riuscì a vincere la medaglia Fields, il Nobel della Matematica!



Andrew Wiles
(1953–)

Francobollo della Repubblica Ceca
(2000)



Il Bosone di Higgs (la particella di Dio)

La formula

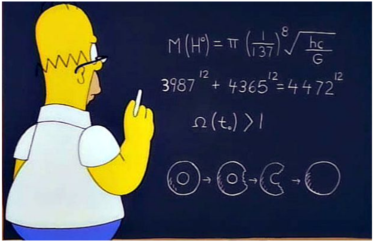
$$M(H^0) = \pi \left(\frac{1}{137}\right) \sqrt[8]{\frac{hc}{G}} \approx 775\ GeV$$

mescola costanti matematiche (π) e costanti fisiche fondamentali (la costante di Planck h, la velocità della luce c, la costante gravitazionale di Gauss G) per dare la massa del Bosone di Higgs.

L'esistenza del Bosone di Higgs fu teorizzata nel 1964, ma ne fu verificata l'esistenza nel 2012 con un esperimento al CERN: la misura diede un valore di 125 GeV. Nella teoria standard è la particella associata al campo di Higgs, che permea l'universo conferendo la massa alle particelle elementari.

La stima di Homer inventore (o degli sceneggiatori) è un po' alta, ma arriva 14 anni prima dell'esperimento!

L’inventore di Springfield



La densità dell'Universo

Le formule

$$\Omega(t_0) > 1, \qquad \Omega(t_0) < 1$$

riguardano la densità dell'Universo, che ne determina il destino.
Se $\Omega(t_0) > 1$, l'attrazione gravitazionale finirà con l'arrestare l'espansione dell'universo originatasi con il Big Bang e l'Universo imploderà in un Big Crunch.
Se $\Omega(t_0) < 1$, l'attrazione gravitazionale non sarà sufficiente ad arrestare l'espansione dell'universo che continuerà senza fine.

Homer e l’esistenza di Dio

Aneddoto: Diderot vs. Eulero (mandante: Caterina II di Russia)

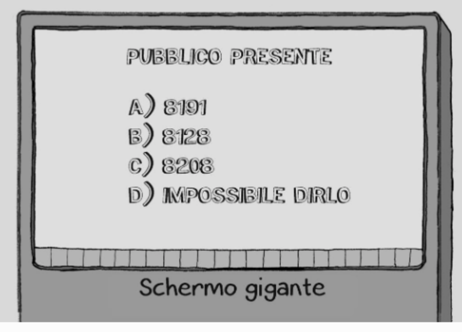
Denis Diderot (1713–1784)

Caterina II la Grande di Russia (1729–1796)

Leonhard Euler (1707–1783)

Caterina II era preoccupata per l’influenza che esercitavano le idee del filosofo francese Denis Diderot, ateo dichiarato.
Poiché si diceva che Diderot fosse terrorizzato dalla matematica, Caterina chiese a Eulero di inventare un’equazione che sembrasse dimostrare l’esistenza di Dio per zittire il filosofo. Eulero scrisse in un foglio delle formule e chiuse la pagina con Quindi Dio esiste!
Diderot non fu in grado di controbattere e se ne tornò a Parigi.

Marge e Homer fanno un gioco di coppia



- 8191 è un numero primo di Mersenne: $8191 = 2^{13} - 1$.
- 8128 è il quarto numero perfetto (uguale alla somma dei suoi divisori propri). I primi tre numeri perfetti sono 6, 28, 496.
- 8208 è un numero narcisista: uguale alla somma delle sue cifre elevate alla potenza 4 (numero di cifre di cui 8208 è composto): $8208 = 8^4 + 2^4 + 0^4 + 8^4$.

Mersenne

Marin Mersenne
(1588 – 1648)

Un numero primo di Mersenne è un numero primo della forma

$$2^p - 1,$$

dove p deve essere un numero primo.

Attualmente si conoscono 51 numeri primi di Mersenne. Il più grande, scoperto il 21 Dicembre 2018 (`http://www.mersenne.org`), è

$$2^{82589933} - 1$$

e ha 24862048 cifre decimali. Ad ogni numero primo di Mersenne $2^n - 1$ corrisponde il numero perfetto: $2^{n-1}(2^n - 1)$.

Il narcisista attrattivo: 153

Un numero narcisista particolarmente interessante è il 153:

$$153 = 1^3 + 5^3 + 3^3.$$

Infatti, partendo da un qualsiasi numero divisibile per 3, calcolando la somma dei cubi delle sue cifre, e ripetendo il procedimento, arriveremo sempre in un numero finito di passi al 153. Il 153 attrae tutti i divisori di 3.

La pesca miracolosa

Nell’ultimo capitolo del Vangelo di Giovanni si legge di una pesca miracolosa:
Ascendit Simon Petrus et traxit rete in terram plenum magnis piscibus, centum quinquaginta trium.
(Iohannem, 21, 11)

(Simon Pietro montò nella barca e tirò a terra la rete piena di 153 grossi pesci.)

Homer 3D

Homer^3

La più bella formula della matematica! (Eulero)

$$e^{i\pi} + 1 = 0.$$

Homer[3]

Teoria della Computabilità

$$P = NP.$$

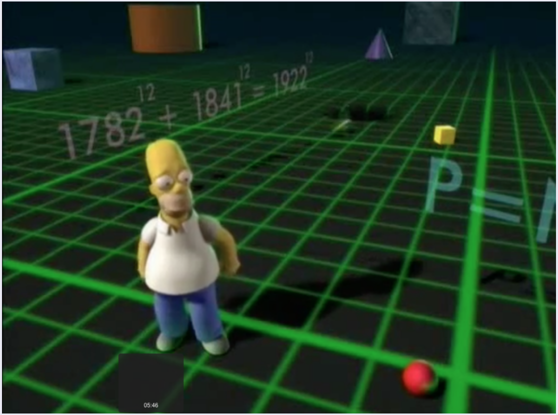
$P = NP$

È una proposizione che riguarda due classi di problemi matematici. P sta per (tempo) polinomiale ed NP per (tempo) polinomiale non deterministico. Semplificando molto, i problemi di classe P sono facili da risolvere, mentre i problemi di classe NP sono difficili da risolvere ma facili da verificare.

Tipici problemi NP: problema del commesso viaggiatore, problema della fattorizzazione dei numeri (la difficoltà del problema ci garantisce per ora la sicurezza di molti algoritmi crittografici).

Nel 2000 il Clay Mathematics Institute, fondato a Cambridge, nel Massachusetts, dal filantropo Landon Clay, lo ha inserito tra i suoi Problemi del Millennio e offre una ricompensa di un milione di dollari a chi darà una risposta definitiva alla domanda: $P = NP$ o $P \neq NP$?

Homer^3



Un’altra pseudo-soluzione dell’Ultimo Teorema di Fermat

$$1782^{12} + 1841^{12} = 1922^{12}.$$

Homer^3

Cosmologia e Relatività Generale

$$\rho_m > \frac{3H_0^2}{8\pi G}.$$

L’equazione cosmologica lega la curvatura dello spazio–tempo alla densità dell’universo. Il secondo membro è la densità critica dell’universo.

Il mondo iellato di Marge Simpson

Homer si reca al Municipio delle frittelle di Springfield e il cameriere gli porta una pila di n frittelle in ordine casuale di dimensioni, nello scenario peggiore quanti ribaltamenti saranno necessari per disporle nella corretta sequenza in base alle loro dimensioni? Questo numero di ribaltamenti, o inversioni, prende il nome di numero frittella P_n e la sfida è trovare una formula per calcolarlo.

Casi semplici

$$P(1) = 0,$$
$$P(2) = 1,$$

La situazione si complica se il numero di n di frittelle aumenta. I primi 19 numeri frittella sono:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_n	0	1	3	4	5	6	8	9	10	11
n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
P_n	13	14	15	16	17	18	19	20	22	?

Il teorema delle frittelle

Discrete Mathematics 27 (1979) 47–57.

BOUNDS FOR SORTING BY PREFIX REVERSAL

William H. GATES
Microsoft, Albuquerque, New Mexico

Christos H. PAPADIMITRIOU*†
Department of Electrical Engineering, University of California, Berkeley, CA 94720, U.S.A.

Received 18 January 1978
Revised 28 August 1978

For a permutation σ of the integers from 1 to n, let $f(\sigma)$ be the smallest number of prefix reversals that will transform σ to the identity permutation, and let $f(n)$ be the largest such $f(\sigma)$ for all σ in (the symmetric group) S_n. We show that $f(n) \leqslant (5n+5)/3$, and that $f(n) \geqslant 17n/16$ for n a multiple of 16. If, furthermore, each integer is required to participate in an even number of reversed prefixes, the corresponding function $g(n)$ is shown to obey $3n/2 - 1 \leqslant g(n) \leqslant 2n+3$.

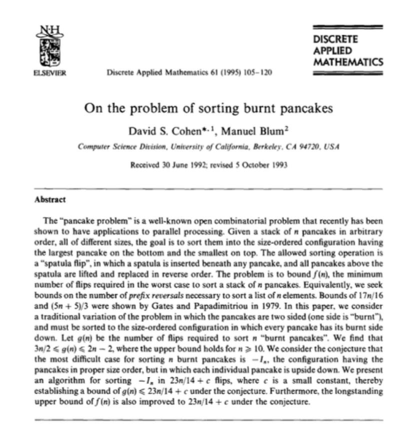
Nel 1979 è stato dimostrato il limite superiore del numero frittella nel caso di n frittelle:

$$P_n \leq \frac{5n+5}{3}.$$

Il risultato è stato pubblicato in un articolo scientifico di William H. Gates e Christos H. Papadimitriou sulla rivista *Discrete Mathematics*.

Il teorema delle frittelle abbrustolite

Nell'articolo di Gates e Papadimitriou si cita anche una variante subdola del problema. Il problema delle frittelle che sono state abbrustolite solo su un lato e si vuole disporle nell'orientazione corretta (con il lato abbrustolito rivolto in basso) oltre che in ordine di grandezza.



ELSEVIER
Discrete Applied Mathematics 61 (1995) 105–120
DISCRETE APPLIED MATHEMATICS

On the problem of sorting burnt pancakes

David S. Cohen*[,1], Manuel Blum[2]
Computer Science Division, University of California, Berkeley, CA 94720, USA

Received 30 June 1992; revised 5 October 1993

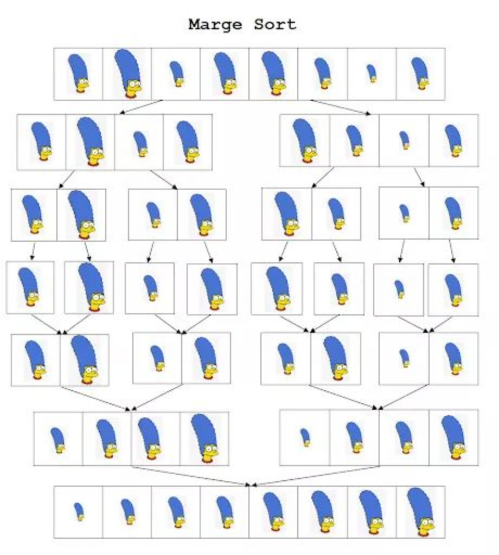
Abstract

The "pancake problem" is a well-known open combinatorial problem that recently has been shown to have applications to parallel processing. Given a stack of n pancakes in arbitrary order, all of different sizes, the goal is to sort them into the size-ordered configuration having the largest pancake on the bottom and the smallest on top. The allowed sorting operation is a "spatula flip", in which a spatula is inserted beneath any pancake, and all pancakes above the spatula are lifted and replaced in reverse order. The problem is to bound $f(n)$, the minimum number of flips required in the worst case to sort a stack of n pancakes. Equivalently, we seek bounds on the number of *prefix reversals* necessary to sort a list of n elements. Bounds of $17n/16$ and $(5n+5)/3$ were shown by Gates and Papadimitriou in 1979. In this paper, we consider a traditional variation of the problem in which the pancakes are two sided (one side is "burnt"), and must be sorted to the size-ordered configuration in which every pancake has its burnt side down. Let $g(n)$ be the number of flips required to sort n "burnt pancakes". We find that $3n/2 \leqslant g(n) \leqslant 2n-2$, where the upper bound holds for $n \geqslant 10$. We consider the conjecture that the most difficult case for sorting n burnt pancakes is $-I_n$, the configuration having the pancakes in proper size order, but in which each individual pancake is upside down. We present an algorithm for sorting $-I_n$ in $23n/14+c$ flips, where c is a small constant, thereby establishing a bound of $g(n) \leqslant 23n/14+c$ under the conjecture. Furthermore, the longstanding upper bound of $f(n)$ is also improved to $23n/14+c$ under the conjecture.

Nel 1995, David S. Cohen (uno degli sceneggiatori dei Simpson) insieme a Manuel Blum fissò in un articolo scientifico pubblicato su *Discrete Applied Mathematics* i limiti superiore e inferiore per i valori del numero frittella abbrustolita:

$$\frac{3}{2}n \leq P_n^{\star} \leq 2n - 2.$$

Per chiudere. . .



La vignetta illustra il procedimento dell’algoritmo MERGE SORT, o ORDINAMENTO PER FUSIONE.

Matematica nei Simpson: Caso?

Sceneggiatori Nerd

- J. STEWART BURNS (Laurea in Matematica, Harvard; Laurea magistrale in Matematica, Berkeley).
- DAVID S. COHEN (Laurea in Fisica, Harvard; Laurea magistrale in Informatica, Berkeley).
- AL JEAN (Laurea in Matematica, Harvard).
- KEN KEELER (Laurea in Matematica Applicata, Harvard; Dottorato in Matematica Applicata, Harvard).
- JEFF WESTBROOK (Laurea in Fisica, Harvard; Dottorato in Informatica, Princeton).

Futurama

Nel 1999 alcuni di questi sceneggiatori sono stati coinvolti nel progetto **Futurama**, anch’esso ideato da MATT GROENING.

Il teorema di Futurama

Nell’episodio Il prigioniero di Benda (stagione 6, episodio 10), il professor Farnsworth e Amy hanno creato una macchina per scambiare le menti.
Solo che poi scoprono che la macchina ha un difetto: se due persone si sono scambiate la mente tra di loro non possono ri–scambiarsi.

Dopo questa scoperta comincia un valzer di scambi mentali, tanto che alla fine ci sono 9 persone in un corpo diverso dal loro. A questo punto il professor Farnsworth e i Globetrotter si mettono alla lavagna e trovano un modo per rimettere tutte le cose a posto usando 2 sole persone vergini, nel senso che non hanno mai avuto uno scambio di corpi tra di loro né con gli altri da scambiare; tutto finisce bene, e questa soluzione è un teorema matematico dovuto a Ken Keeler.

Big Bang Theory – Il numero di Sheldon

Numeri primi

$$2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19,\ 23,\ 29,\ 31,\ 37,\ldots$$
$$41,\ 43,\ 47,\ 53,\ 59,\ 61,\ 67,\ 71,\ 73,\ldots$$

Il numero 73

Nell’episodio numero 73 di The Big Bang Theory, Sheldon spiega perché ama questo numero:

1. il 73 è il 21^0 numero primo;
2. il suo speculare, 37, è il 12^0 primo;
3. $21 = 7 \cdot 3$;
4. in binario 73 è un palindromo: 1001001.

Sheldon è follemente innamorato di questo semplice numero, un numero con proprietà che nessun altro numero ha.
Leonard lo definisce Il Chuck Norris di tutti i numeri.

Definizione

Sia n un intero positivo, e p_n l'n–esimo numero primo. Si dice che p_n ha la proprietà del prodotto se il prodotto delle sue cifre decimali è n.

Definizione

Per ogni intero positivo x, $\mathrm{rev}(x)$ è l'intero le cui cifre sono le cifre di x nell'ordine inverso.
p_n ha la proprietà specchio se $\mathrm{rev}(p_n) = p_{\mathrm{rev}(n)}$.

Definizione

Il primo p_n è un primo di Sheldon se soddisfa sia la proprietà del prodotto che la proprietà dello specchio.

Congettura di Sheldon

73 è l'unico primo di Sheldon.

Teorema

La congettura di Sheldon è vera [Pomerance, Spicer, AMM, 2019].

Mathematical Assoc. of America American Mathematical Monthly 121:1 February 13, 2019 6:19 p.m. "sheldon 2.12.2019".tex page 1

Proof of the Sheldon Conjecture

Carl Pomerance and Chris Spicer

Abstract. In [**3**], the authors introduce the concept of a Sheldon prime, based on a conversation between several characters in the CBS television situation comedy *The Big Bang Theory*. The authors of [**3**] leave open the question of whether 73 is the unique Sheldon prime. This paper answers this question in the affirmative.

Nella dimostrazione si usa il teorema dei numeri primi

$$\lim_{x->+\infty} \frac{\pi(x)}{x/\log(x)} = 1,$$

dove $\pi(x)$ è il numero di numeri primi minori di x. Tra l’altro si dimostra che un numero di Sheldon deve essere minore di 10^{45}, salvo poi arrivare alla dimostrazione che l’unico numero primo di Sheldon è proprio 73.


"That's all Folks!"